

机密★启用前

四川轻化工大学 2024 年研究生招生考试业务课试卷

(满分: 150 分, 所有答案一律写在答题纸上)

适用专业: 085411 大数据技术与工程

考试科目: 814 数理统计 A 卷

考试时间: 3 小时

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 关于随机事件 A 和 B , 下述错误的是_____.

A. $P(AB) \leq P(B)$, B. $P(B|A) \leq P(B)$, C. $P(AB)=0$ 不一定有 $AB=\phi$,

D. $P(A-B) = P(A) - P(AB)$.

2. $P(A)=0.6, P(B)=0.4$, 则有_____成立.

A. $P(A \cup B) = 0.76$,

B. $P(A \cap B) = P(\bar{A} \cap \bar{B})$,

C. $P(A-B) = 0.2$,

D. $P(A-B) = 0.36$.

3. 若 A 与 \bar{A} 独立, 则必然得到_____.

A. A 是不可能事件,

B. A 是必然事件,

C. $P(A)=0$,

D. $P(A)=0$ 或者 $P(A)=1$.

4. 设随机变量 X 服从正态分布, Y 服从均匀分布, 即 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y \sim U(-\mu^2, \mu^2)$. 已知

$P(X > 2) = 0.5$, 则 $P(Y > 1) =$ _____.

A. $1/8$,

B. $1/5$,

C. $3/8$,

D. $1/2$.

5. 设 X 服从标准正态分布, 则 X 与 X^2 的关系为_____.

A. 不相关且独立, B. 独立且线性相关, C. 不相关但不独立, D. 独立.

6. 设 X_1, \dots, X_{15} 是来自总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 则 $(X_1^2 + \dots + X_9^2) / 3(X_{10}^2 + X_{11}^2 + X_{12}^2)$ 服从

_____.

A. $\chi^2(12)$,

B. $t(12)$,

C. $F(9,3)$,

D. $F(10,2)$.

7. 设 Y_1, Y_2 独立同分布, 共同分布为 $P(\lambda)$, 取 $M = 2Y_1 - Y_2$, $N = 2Y_2 + Y_1$, 则 M, N 的相关系数为_____.

- A. λ , B. 3λ , C. 0, D. 2λ .

8. Y_1, Y_2, \dots, Y_T 为来自总体 Y 的样本, 且 $\mu = E(Y)$, 下列说法错误的是_____.

- A. Y_1 是的 μ 无偏估计, B. $(\sum_{i=1}^T Y_i)/T$ 是 μ 的无偏估计,

- C. $(\sum_{i=1}^T Y_i)^2/T^2$ 是 μ^2 的相合估计, D. Y_1^2 是的 μ^2 无偏估计.

9. 关于随机变量 X 与 Y , 下列说法错误的是_____.

- A. X 与 Y 独立能推出 $X - Y$ 与 $X + Y$ 独立,
B. X 与 Y 独立不一定有 $X - Y$ 与 $X + Y$ 独立,
C. X 与 Y 独立一定可推出 X 与 Y 线性无关,
D. X 与 Y 线性无关不一定可推出 X 与 Y 独立.

10. 下列说法错误的是_____.

- A. 离散型随机变量的函数一定是离散型随机变量,
B. 离散型随机变量的函数可能是连续型随机变量,
C. 连续型随机变量的函数可能是离散型随机变量,
D. 连续型随机变量的函数可能是连续型随机变量.

二、名词解释 (每题 5 分, 共 20 分)

1. 相合估计量.
2. 估计量的均方误差.
3. 总体分布.
4. 两个随机变量的协方差.

三、简述题 (每题 10 分, 共 40 分)

1. 样本和总体的关系.
2. 随机变量 X 和 Y 独立, 且均服从标准正态分布, 如何用它们构造服从 F 分布的随机变量.
3. 简述点估计和假设检验的区别.
4. 两个离散型随机变量独立性的刻画.

四、解答题 (共 60 分)

1. (本题满分 20 分) 设总体 X 的密度函数 $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}/2^\theta, 0 < x < 2, \theta > 0$,

X_1, \dots, X_n 是取自 X 的样本, 求 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

2. (本题满分 20 分)

治疗某疾病研发了三种药物, 为了比较三种药物的治愈率是否一样, 把 15 个小鼠随意分成三组分别服用三种药物, 治愈率数据如下:

药物	治愈率(%)				
1	70	80	81	80	73
2	51	50	65	71	68
3	76	81	95	82	88

对数据作一个线性变换不影响方差分析的结果, 我们将原始数据除以 10 再减 5, 初步计算结果如下:

水平	数据					T_i	T_i^2	$\sum_{j=1}^m y_{ij}^2$
A1	2	3	3.1	3	2.3	13.4	179.56	36.9
A2	0.1	0	1.5	2.1	1.8	5.5	30.25	9.91
A3	2.6	3.1	4.5	3.2	3.8	17.2	295.84	61.3
和						36.1	505.65	108.11

请完成方差分析的后续步骤, 用方差分析的方法回答, 从治愈率角度看三种药物是否有差异?(显著性水平 $\alpha = 0.05$) (要求给出计算表和方差分析表, 所需分位数(下侧)见试卷最后的附录)

3. (本题满分 20 分)

为研究工人月平均收入的对数 Y 与受教育年限 X 之间的关系, 特地调查了 6 组数据, 如下表:

X (教育年限/年)	2.5	3.5	4.0	4.6	5.4	8.0
Y (收入对数/元)	3.1	4.2	5.5	6.0	8.5	10.6

初步计算表如下:

$\sum x_i = 28$	$n = 6$	$\sum y_i = 37.9$
$\bar{x} = 4.67$		$\bar{y} = 6.32$
$\sum x_i^2 = 148.82$	$\sum x_i y_i = 202.75$	$\sum y_i^2 = 278.11$
$n\bar{x}^2 = 130.85$	$n\bar{xy} = 177.09$	$n\bar{y}^2 = 239.65$
$l_{xx} = 17.97$	$l_{xy} = 25.66$	$l_{yy} = 38.46$

(1) 请建立收入对数对受教育年限的一元线性回归方程,

(2) 并说明建立的回归方程是否显著 ($\alpha = 0.05$).

附录: 可能用到的临界值 (下侧分位数)

$$F_{1-0.05}(1,7) = 5.59, F_{1-0.05}(1,4) = 7.71, F_{1-0.05}(1,8) = 5.32, F_{1-0.05}(1,9) = 5.12, F_{1-0.05}(2,8) = 4.46,$$

$$F_{1-0.05}(2,18) = 3.55, F_{1-0.05}(2,12) = 3.89, F_{1-0.05}(2,20) = 3.49, t_{1-0.025}(4) = 2.78,$$

$$t_{1-0.025}(9) = 2.26, t_{1-0.05}(10) = 2.22, r_{1-0.05}(9) = 0.60, r_{1-0.05}(4) = 0.81.$$